

Δοξιάδης κ.ά.: *Logicomix*

Απόστολος Δοξιάδης / Χρίστος Χ. Παπαδημητρίου / Αλέκος Παπαδάτος / Annie Di Donna: *Logicomix*. Αθήνα: Ίκαρος 2008, 350 σ., 27 €.

Κρίνει ο Βασίλειος Κρουστάλλης (ΕΑΠ)

bkroustallis@gmail.com

Η μελέτη του ζητήματος της θεμελίωσης ή μη των μαθηματικών στη λογική στο τέλος του 19ου και στις αρχές του 20ού αιώνα αποτελεί ένα θέμα που είναι από μόνο του συναρπαστικό (βλ. για παράδειγμα τη συναφή ανάπτυξη, με προσωπικές πινελιές, του Martin Davis στο *Μηχανές της λογικής* [*Engines of Logic*], μτφρ. Στάθης Ζάχος, Εκκρεμές 2007) – όχι μόνο για τα συγκεκριμένα αποτελέσματα (και τις αποτυχίες) των ερευνητικών προκειμένων του, αλλά επίσης και για την παρατήρηση του (μη ρητά διακηρυγμένου) διεπιστημονικού χαρακτήρα των ιδεών και των προσώπων που λαμβάνουν μέρος σ' αυτό. Φιλόσοφοι και μαθηματικοί από τον Ράσελ έως τον Γκέντελ αναμετρώνται για τον θεμελιώδη χαρακτήρα των μαθηματικών αρχών, τουλάχιστον με παρόμοιο ζήλο (αν όχι τρόπο) με εκείνο των φιλοσόφων, ψυχολόγων, ερευνητών της τεχνητής νοημοσύνης και νευροβιολόγων του 21ου αιώνα για τα θεμέλια των νοητικών φαινομένων.

Το βιβλίο *Logicomix* των Α. Δοξιάδη (ιδέα & ιστορία, σενάριο), Χ. Παπαδημητρίου (ιδέα & ιστορία), Α. Παπαδάτου (σχέδιο), Α. Di Donna (χρώμα) αφηγείται αυτήν ακριβώς την ερευνητική περιπέτεια ως ιστορία-«παραμύθι» (σ. 13) σε εικονογραφημένη μορφή. Το βιβλίο είναι σαφές ότι δεν αποτελεί ένα είδος «λογικής για άσχετους» (σ. 12), και αυτοεντάσσεται σε ένα είδος φιλοσοφικού-μαθηματικού μυθιστορήματος. Ωστόσο, έχει υπαρκτούς ήρωες (σε αντίθεση π.χ. με το *Candide* του Βολταίρου), ενώ από την άλλη επιδιώκει κάτι περισσότερο από μια ιστορική επεξήγηση των ζητημάτων θεμελίωσης (όπως π.χ. το πρόσφατο μαθηματικό μυθιστόρημα *A Certain Ambiguity* του Gaurav Suri, Princeton 2007). Το *Logicomix* επιζητά επιπλέον τη συζήτηση για τον ρόλο της λογικής στην πορεία των ανθρώπινων πραγμάτων, αλλά και την (αντίστροφη) επίδραση των ανθρώπινων ψυχώσεων στην πορεία της λογικής έρευνας.

Χωρίζεται σε έξι κεφάλαια, εισαγωγή, διάλειμμα και φινάλε (σ. 9-313), ενώ ακολουθεί ένας χρήσιμος οδηγός λημμάτων («Σημειωματάριο») για τα ζητήματα που αποτελούν αντικείμενο πραγμάτευσης (σ. 319-46), καθώς και βιβλιογραφία (σ. 349-50). Οι συντελεστές του έργου εμφανίζονται στην εισαγωγή θέτοντας τους στόχους του *Logicomix*, σημαντικός εκ των οποίων η σχέση λογικής και ψυχώσεων, ενώ ο Μπέρ-

τραντ Ράσελ τίθεται ως κεντρικός χαρακτήρας-όχημα αφήγησης. Τα τέσσερα πρώτα κεφάλαια αφηγούνται την έρευνα για τις αρχές των μαθηματικών από τον φιλόσοφο-μαθηματικό, από τις σπουδές στο Cambridge έως την ανακάλυψη του περίφημου αυτοαναφορικού παραδόξου για τη θεωρία των κλάσεων [classes] και την επίλυσή του με τη θεωρία των τύπων στα *Principia Mathematica* (1910-13). Τα γεγονότα συνδέονται (αφηγηματικά έντονα) με τις εξελίξεις στη θεωρία των συνόλων από τον Κάντορ, καθώς και με τη διαμάχη Χίλμπερτ-Πουανκαρέ στο 2ο Παγκόσμιο Συνέδριο Μαθηματικών (1900). Το διάλειμμα αποτελεί μια εισαγωγή στους αλγόριθμους, ενώ τα επόμενα δύο κεφάλαια εισάγουν τον (μαθητή του Ράσελ) Βίτγκενστάιν και τον λογικό ατομισμό του *Tractatus Logico-Philosophicus*, την επιρροή του στον κύκλο της Βιέννης, και καταλήγουν στη διάψευση του προγράμματος θεμελίωσης των μαθηματικών από τα θεωρήματα μη πληρότητας του Γκέντελ (1931). Το φινάλε παρουσιάζει τη γένεση του υπολογιστή ως παράπλευρο αποτέλεσμα (αλλά τελικά το πιο επιτυχημένο) της διαμάχης για τη θεμελίωση των μαθηματικών.

Η κριτική αποτίμηση του *Logicomix* δεν μπορεί να εισέλθει σε ζητήματα εικονογράφησης, πέρα από τον εντυπωσιασμό ενός αναγνώστη κόμιξ για την εικονογράφηση προσώπων, και κυρίως σκηνών και τόπων. Η επιτυχία ή μη της αφηγηματικής προκείμενης για τον ρόλο της λογικής στα ανθρώπινα πράγματα στη σύσταση του έργου ως *μυθιστορήματος* –που οδηγεί τους πρωταγωνιστές του δράματος σε ένα είδος (τραγικής) “ύβρεως”– επίσης δεν αποτελεί θέμα αυτής της παρουσίασης. Ωστόσο, πρέπει να επισημανθεί πρώτον η τουλάχιστον άβολη συνύπαρξη της τραγικής συνιστώσας ως αφηγηματικού εργαλείου με εκείνη της παρουσίασης των λογικών επιτευγμάτων ως προσπαθειών αποφυγής προσωπικών ψυχώσεων. Είτε είναι δικαιολογημένη είτε όχι η προκείμενη «η λογική απ’ την τρέλα» (σ. 204) –μια προκείμενη που ίσως να συγγενεύει με τον γενικότερο συσχετισμό της δημιουργικότητας με τη σχιζοφρένεια (G. Becker, *The Mad Genius Controversy*, Sage 1978), ενώ αμφισβητείται από σύγχρονους ψυχολόγους [1]– το ζήτημα είναι ότι η τραγική ύβρις των ηρώων να απομονώσουν τη λογική από τον κόσμο είτε είναι μόνο εσφαλμένο αλλά ορθολογικό επίτευγμα (και τότε είναι όντως τραγική, με μια παραδεδομένη θεώρηση της τραγωδίας) είτε επιπλέον ανάγεται σε επίδραση ψυχώσεων (και πλέον δεν αποτελεί ορθολογικό σφάλμα αλλά ασθένεια). Το *Logicomix* φαίνεται να ταλαντεύεται αφηγηματικά ανάμεσα σ’ αυτές τις δύο θεωρήσεις.

Ωστόσο, το κύριο ψεγάδι του *Logicomix* είναι η απουσία οντολογικής προσέγγισης για τα ζητήματα που το απασχολούν, και συγκεκριμένα για το ότι η απόπειρα θεμελίωσης των μαθηματικών (είτε στη λογική – Ράσελ, Φρέγκε) είτε σε τυπικές διαδικασίες (Χίλμπερτ) προϋποθέτει μια φιλοσοφική δέσμευση σε συγκεκριμένες διαφορετικές θέσεις για τη φύση των μαθηματικών οντοτήτων. Παρότι το βιβλίο περιγράφει άριστα την πιεστική ανάγκη για θεμελίωση ακόμη και των αξιωμάτων σε κάτι διαφορετικό από τα μαθηματικά, αφήνει κενό το περιεχόμενο αυτών των λύσεων. Η επιλογή της λογικής από τους Ράσελ και Φρέγκε για τη θεμελίωση των μαθηματικών δεν είναι αναγωγή σε μια νοητική, ανθρώπινη δραστηριότητα συλλογισμού βέβαιων αληθειών, αλλά σε μια δρα-

στηριότητα που αποκαλύπτει ανεξάρτητα του νου αντικείμενα, τις κλάσεις, κάτι ωστόσο που το *Logicomix* παραλείπει. Οι διαφορετικές θέσεις του Ράσελ για τη θεμελίωση των μαθηματικών από το *Principles of Mathematics* (1903) στις διαλέξεις για τον λογικό ατομισμό (1918) σηματοδοτούν αντίστοιχη διαφοροποίηση στις οντολογικές δεσμεύσεις για τις κλάσεις είτε ως ανεξάρτητες οντότητες είτε εντέλει ως αποκυήματα λογικής, και εξηγούνται από αυτή τη διαφοροποίηση. Το φορμαλιστικό πρόγραμμα του Χίλμπερτ δεν είναι αποτέλεσμα μόνο μιας γενικότερης ανάγκης απόδειξης, απέναντι σε τυχόν πρώτη (και ίσως επιστημολογικά αφελή) διαισθητική κατανόηση των μαθηματικών αληθειών. Δομείται ακριβώς για να αποφύγει την ιντουισιονιστική οντολογία του Μπράουερ για τα αντικείμενα των μαθηματικών ως αντικείμενα εποπτείας, ο οποίος με τη σειρά του εμπνέεται από την *a priori* εποπτεία του χρόνου του Καντ. Τόσο ο Καντ (λιγότερο), όσο και ο Μπράουερ έχουν θέση μόνο στο «Σημειωματάριο».

Προφανώς, ένα μυθιστόρημα μπορεί να επιλέξει τους τομείς δράσης του και να αποφύγει την αναφορά στη μαθηματική οντολογία. Ωστόσο, η ρητή δέσμευση των συγγραφέων για ενασχόληση με την «ουσία των φιλοσοφικών θεμάτων» (σ. 316), καθώς και αντίστοιχες αναφορές του *Logicomix* (π.χ. για τον Γκέντελ ως πλατωνιστή, σ. 285), δεν καλύπτονται από τη διαδικασία θεμελίωσης των μαθηματικών, αν δεν αναφερθεί επιπλέον και το φιλοσοφικό περιεχόμενο της λύσης που κάθε φορά προκρίνουν οι ήρωες-επιστήμονες της λογικής. Διαφορετικά, η ρήση του Φρέγκε για τον (κεντρικό χαρακτήρα) Ράσελ «είστε και σεις ένας κένταυρος: μισός μαθηματικός και μισός φιλόσοφος» (σ. 123) δεν αποτυπώνεται στο περιεχόμενο του *Logicomix*.

Σε επιμέρους ζητήματα, η αρχική αναφορά στο άπειρο με βάση τις θέσεις του Κάντορ (σ. 126-39) δεν δικαιολογεί επαρκώς τον εφιάλητη του Ράσελ και την (ονειρική) κατηγορία που τού απευθύνεται ότι ο ίδιος [ο Ράσελ] «κατέστρεψε τα θεμέλια των μαθηματικών». Δεν δίνεται με σαφήνεια ότι εκείνο που αντιβαίνει σε μια θεμελίωση του απείρου ως διαισθητικά ενιαίας έννοιας δεν είναι απαραίτητα η αριθμησιμότητα καθ' εαυτήν (σε αντιστοιχία με τους φυσικούς αριθμούς), αλλά κυρίως η μη αριθμησιμότητα των πραγματικών αριθμών, σε αντίθεση με εκείνη των ρητών. Η (χιουμοριστική, ωστόσο) αναφορά του Ράσελ στο ακατανόητο της χεγκελιανής διαλεκτικής (σ. 94) αποκρύπτει το γεγονός ότι (έστω για μια σύντομη χρονική περίοδο) ο Ράσελ θεωρούσε ότι οι μαθηματικές πλάνες που προκύπτουν από την υπόθεση του συνεχούς του Κάντορ έχουν το αντίστοιχό τους στις φιλοσοφικές αντινομίες [2].

Το παράδοξο του Ράσελ στην απλοποιημένη μορφή του, εκείνη του μπαρμπέρη που αποφασίζει να ξυριστεί ο ίδιος, αναφέρεται εσφαλμένα στη σ. 164 ως «Ο νόμος λέει ακριβώς: "Όποιος δεν ξυρίζεται μόνος του, τον ξυρίζει ο κουρέας"», ενώ το ορθό είναι «όποιος δεν ξυρίζεται μόνος του και μόνο αυτός πηγαίνει να τον ξυρίσει ο κουρέας». Η διατύπωση διορθώνεται (με την προσθήκη της αναγκαίας συνθήκης) στη σ. 165, χωρίς ωστόσο να διευκρινίζεται η διαφορά ανάμεσα στις δύο διατυπώσεις. Η απόδοση του *calculus ratiocinator* του Λάιμπνιτς ως «λογικιστικού λογισμού» (σ. 95) εξισώνει τον όρο με το πρόγραμμα του λογικισμού (θεμελίωσης των μαθηματικών στη λογική από

Φρέγκε-Ράσελ), κάτι που διαφέρει από την αναζήτηση ενός τυπικού τρόπου συναγωγής για τη γενικότερη συλλογιστική διαδικασία (έστω κι αν τα δύο ιστορικά συνδέονται), και ίσως μια απόδοση του ratiocinator που να περιέχει το «συλλογισμός» να είναι εγγύτερη νοηματικά.

Το *Logicomix* εικονογραφεί και αφηγείται με ένταση και ευκρινή τρόπο αντιπαράθεσης τη διανοητική περιπέτεια θεμελίωσης των μαθηματικών, από τον Κάντορ στον Γκέντελ. Αποτελεί καλό εργαλείο για ερευνητές (επαγγελματίες και μη) των μαθηματικών και της λογικής, χωρίς να διαλέγεται με τις εγγενείς φιλοσοφικές δεσμεύσεις αυτών των ζητημάτων.

Σημειώσεις:

[1] C. Waddell, «Creativity and Mental Illness: Is There a Link?». *Canadian Journal of Psychology* 43 (1998), σ. 166-72.

[2] B. Russell, «Some Difficulties of Continuous Quantities» [1896]. N. Griffin, W.G. Stratton, A.C. Lewis [επιμ.], *The Collected Papers of Bertrand Russell*, vol.2. London: Routledge 1990, σ. 46.

Δημοσιεύθηκε: 2.4.2009

Τρόπος παραπομπής στη βιβλιοκρισία:

Κρουστάλλης, Β.: (Βιβλιοκρισία του:) Απόστολος Δοξιάδης / Χρίστος Χ. Παπαδημητρίου / Αλέκος Παπαδάτος / Annie Di Donna: *Logicomix* (Αθήνα: Ίκαρος 2008). *Κριτικά* 2009-08, <<http://www.philosophica.gr/critica/2009-08.html>>.